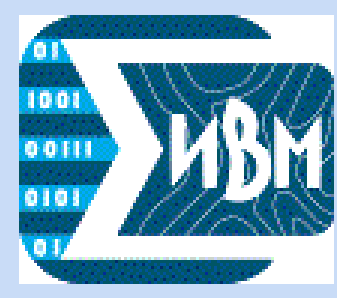


ФОРМЫ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ДВУХФАЗНОЙ СИСТЕМЕ



Виктория Б. Бекежанова¹, Илья А. Шефер²

¹Отдел дифференциальных уравнений механики, Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Институт математики и фундаментальной информатики, Сибирский федеральный университет, Красноярск

Работа посвящена исследованию линейной устойчивости совместного течения испаряющейся жидкости и спутного потока парогазовой смеси относительно малых нестационарных пространственных возмущений. Двухслойное течение в плоском бесконечном горизонтальном канале, на стенках которого задано линейное по продольной координате распределение температуры, описывается точным решением уравнений конвекции, имеющим групповое происхождение. Перенос массы через межфазную термокапиллярную границу учитывается в уравнении баланса тепла. Получены критические характеристики устойчивости, определяющие пороговые тепловые нагрузки для системы сред HFE-7100 – азот. Проведена селекция мод, представлены типичные формы наиболее опасных трёхмерных возмущений.

Постановка задачи: определяющие уравнения, граничные условия и дополнительные соотношения

Приближение Обербека-Буссинеска уравнений Навье-Стокса, уравнение конвективной диффузии в газовом слое

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(\beta T + \gamma C_s),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \delta \left(\frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_s}{\partial y^2} \right) \right),$$

$$u \frac{\partial C_s}{\partial x} + v \frac{\partial C_s}{\partial y} = D \left(\frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_s}{\partial y^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \right).$$

Подчёркнутые слагаемые и последнее уравнение используются только при описании процессов теплопереноса в парогазовом слое.



Форма точного решения

$$u_j(y) = c_1^j + c_2^j y + c_3^j y^2 + c_4^j y^3 + c_5^j y^4,$$

$$v_j = 0,$$

$$T_j(x, y) = (a_1^j + a_2^j y)x + \vartheta_j(y),$$

$$p_j(x, y) = (d_1^j + d_2^j y + d_3^j y^2)x + \psi_j(y),$$

$$C_s(x, y) = (b_1 + b_2 y)x + \varphi(y),$$

Граничные условия

Внешние границы

$$\begin{cases} u_1(-h_1) = 0, & u_2(h_2) = 0; \\ T_1(x, -h_1) = A_1 x + T_{10}, & T_2(x, h_2) = A_2 x + T_{20}; \\ (C_s)_y|_{y=h_2} = 0; \end{cases}$$

Граница раздела

$$\begin{cases} u_1 = u_2, & T_1 = T_2; \\ p_1 = p_2, & \rho_1 \nu_1 \frac{du_1}{dy} = \rho_2 \nu_2 \frac{du_2}{dy} + \kappa \frac{\partial T}{\partial x}; \\ k_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - k_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \delta k_2 \frac{\partial C_s}{\partial x} = -LM; \\ M = -D \rho_2 \left(\frac{\partial C_s}{\partial y} + \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}; \\ C_s|_{y=0} = C_* \left[1 + \varepsilon (T_2|_{y=0} - T_0) \right]. \end{cases}$$

$$m_2 = \int_0^{h_2} \rho_2 u_2(y) dy;$$

Задача об устойчивости. Нейтральные кривые

Малые нестационарные возмущения

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}) = (U(t, \mathbf{x}), V(t, \mathbf{x}), W(t, \mathbf{x}), P(t, \mathbf{x}), \Theta(t, \mathbf{x}), S(t, \mathbf{x})), \quad \mathbf{x} = (x, y, z)$$

Возмущённое решение

$$(\hat{\mathbf{V}}_j, \hat{P}_j, \hat{T}_j, \hat{C}_j) = (\mathbf{v}_j, p_j, T_j, C_s) + (\mathbf{V}_j, P_j, \Theta_j, S)$$

Если $A_1 = A_2 = A$

$$(\mathbf{V}_j, P_j, \Theta_j, S) = (\mathbf{V}_j(y), P_j(y), \Theta_j(y), S(y)) \cdot \exp[i(\alpha_x x + \alpha_z z - \lambda t)]$$

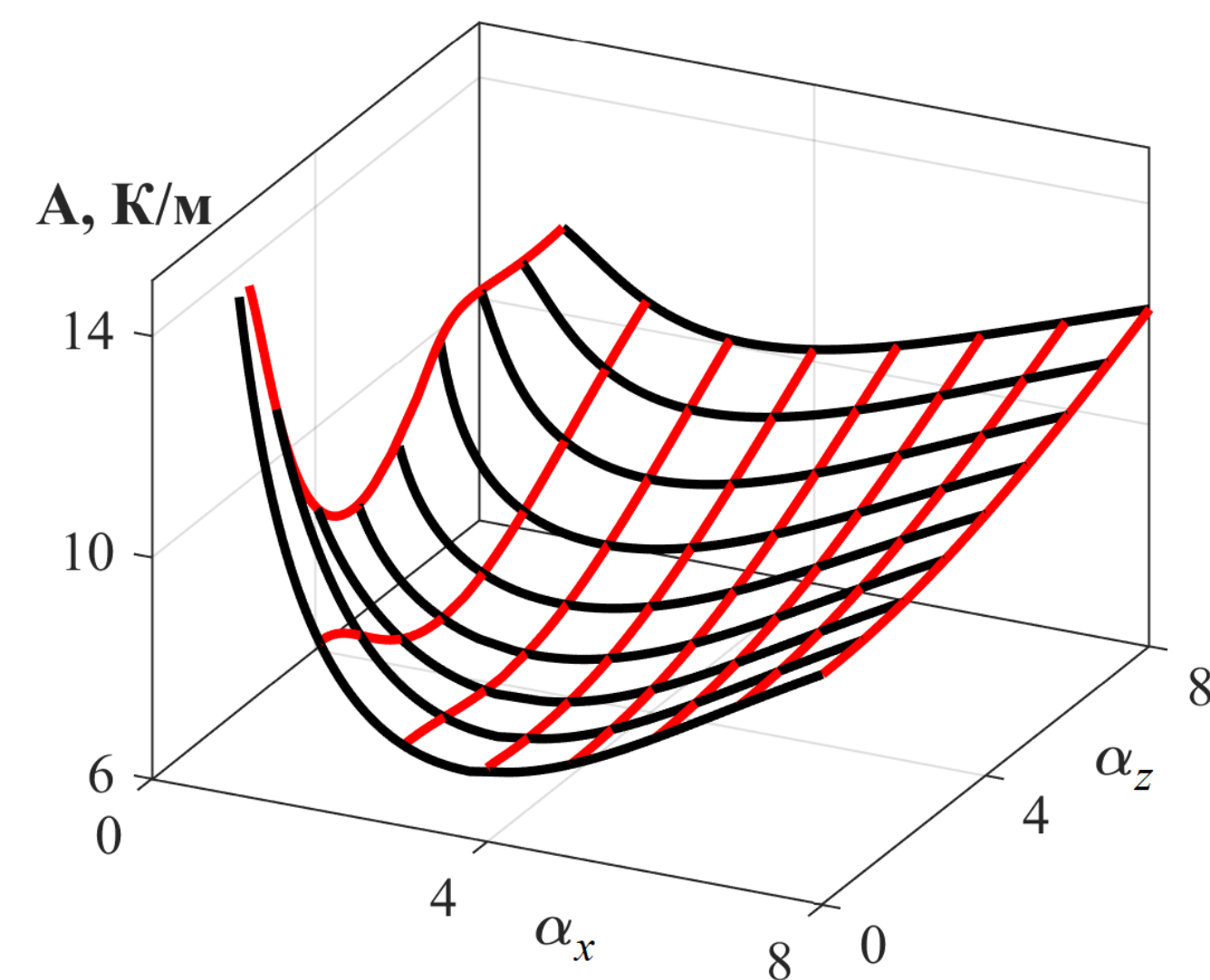
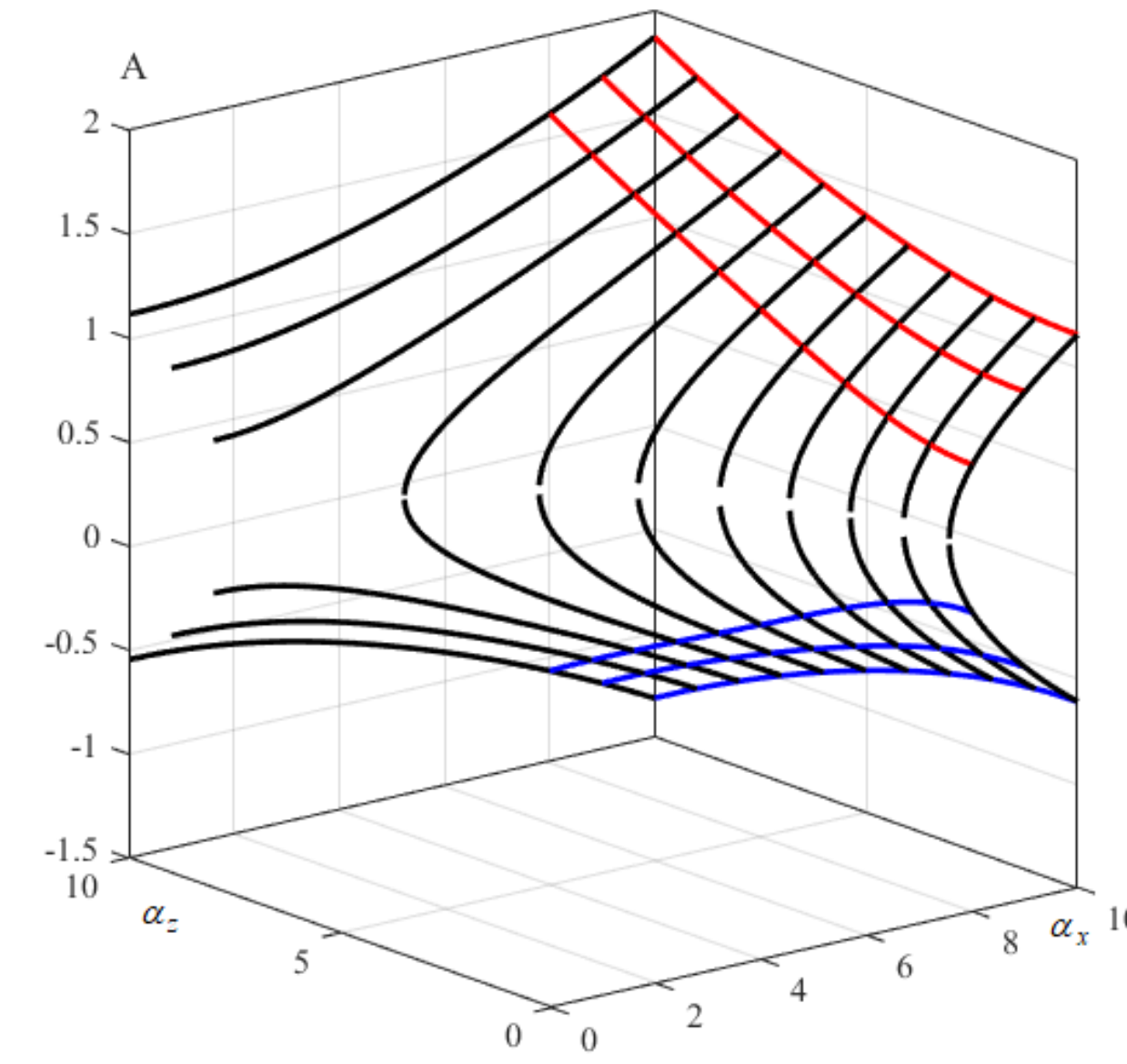
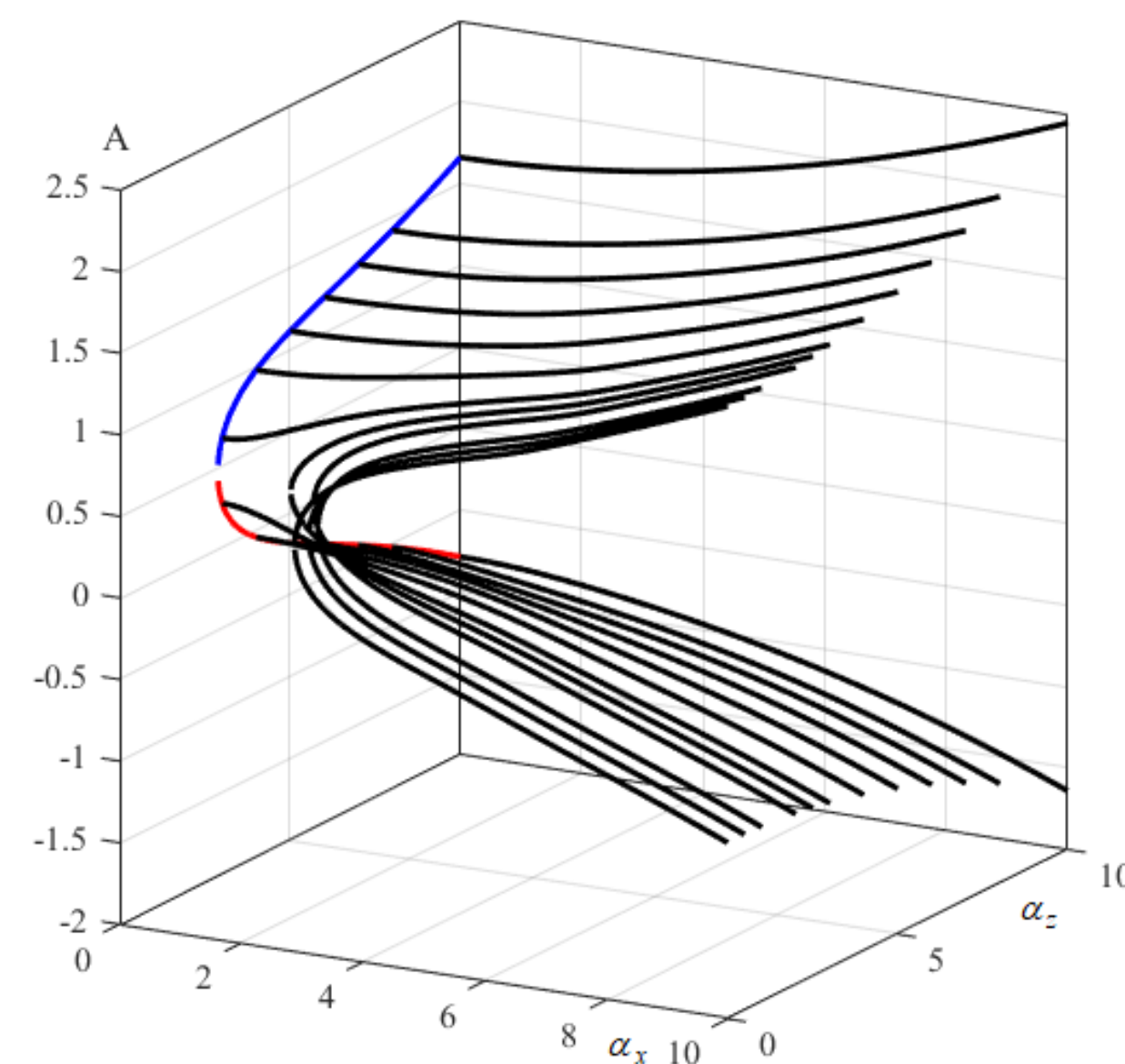
$$h_1 = 3 \text{ мм}, h_2 = 5 \text{ мм}, m_2 = 9.6 \cdot 10^{-6} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$$

$$T_{10} = T_{20} = 20^\circ \text{C}, g = g_0 = 9.81 \text{ м/с}^2$$

$$T_{10} = T_{20} = 20^\circ \text{C}, g = g_0 \cdot 10^{-1}$$

$$T_{10} = T_{20} = 20^\circ \text{C}, g = 9.81 \text{ м/с}^2$$

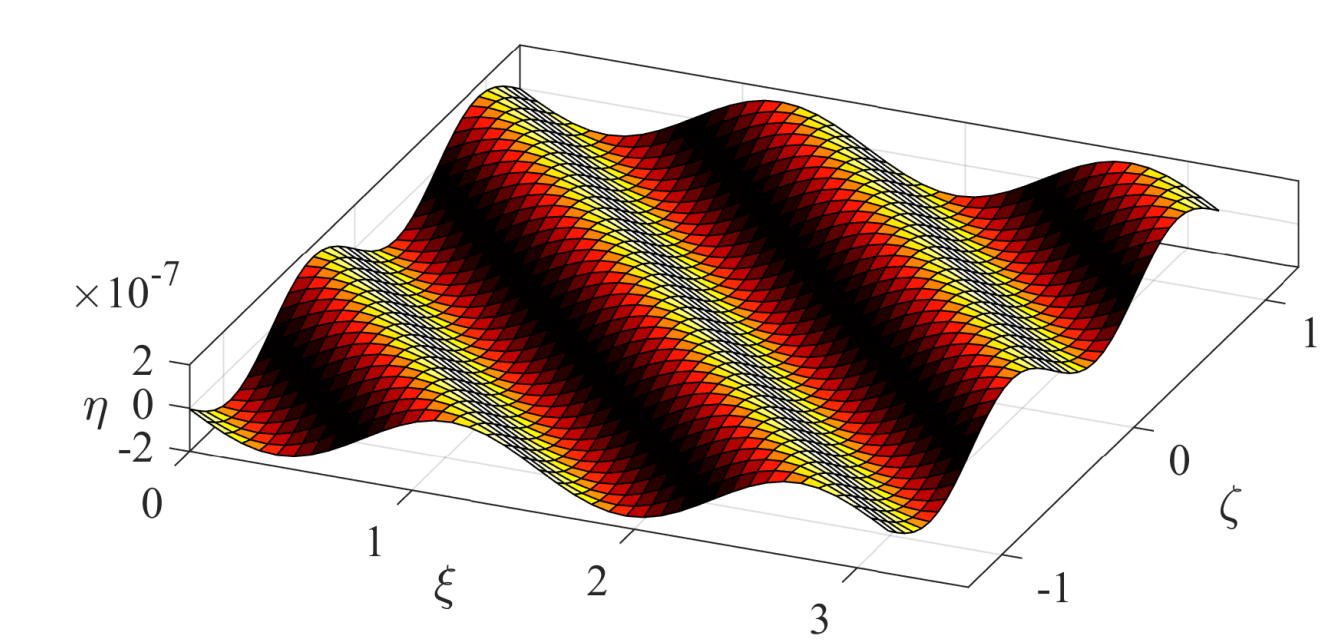
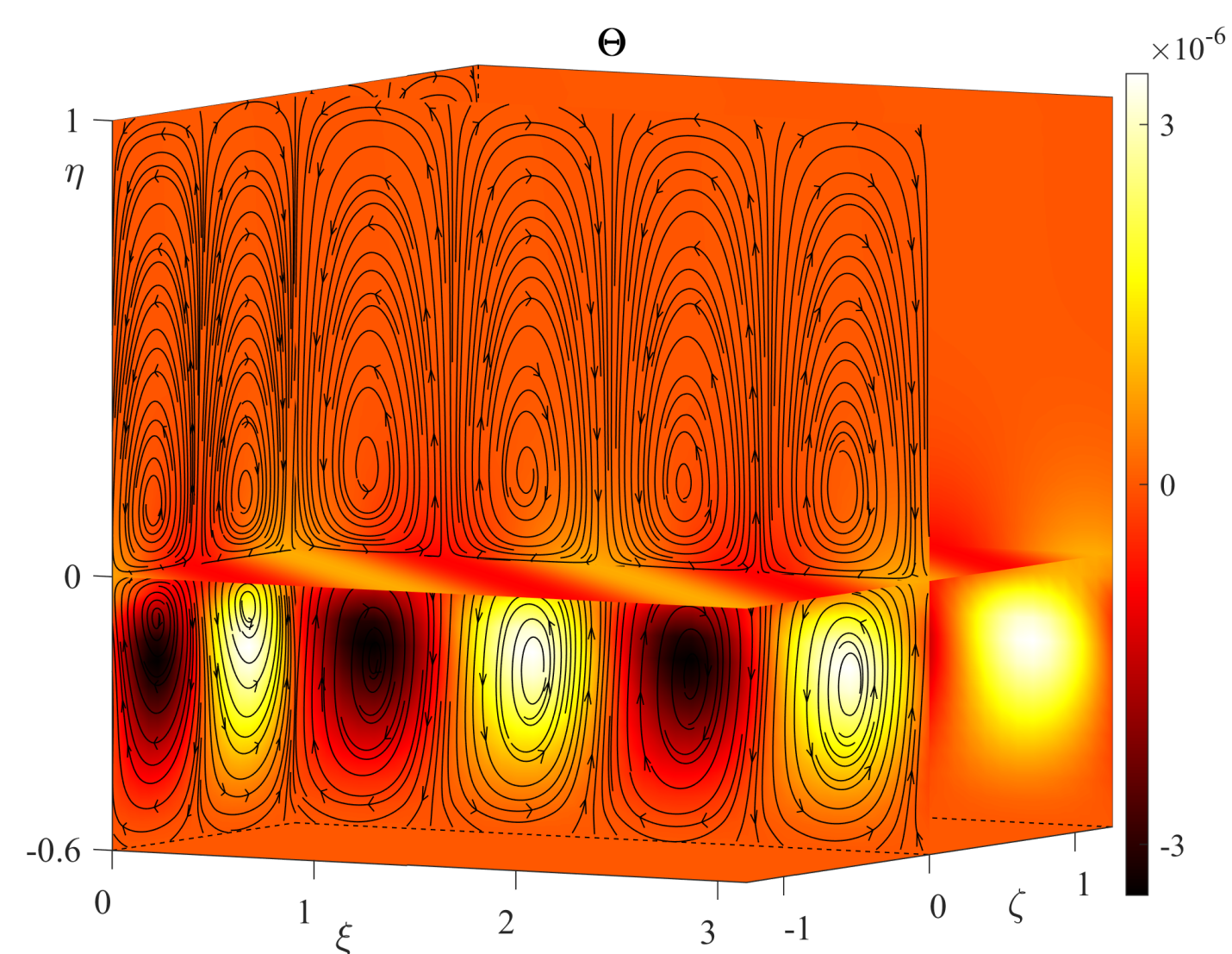
Деформируемая граница



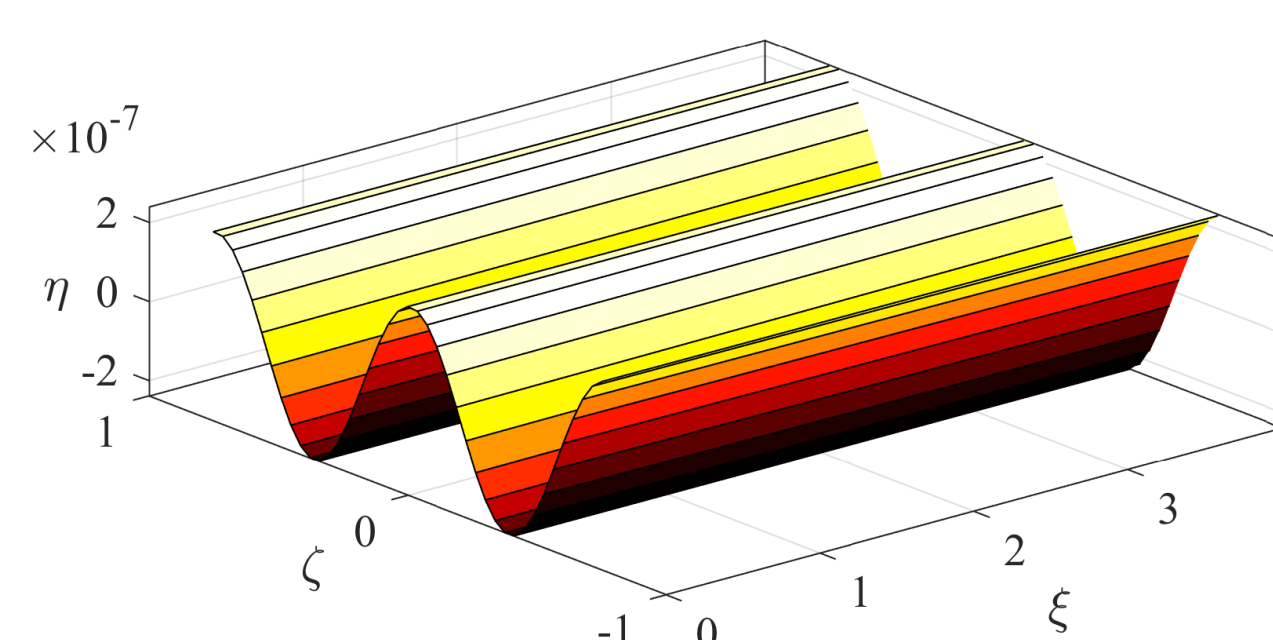
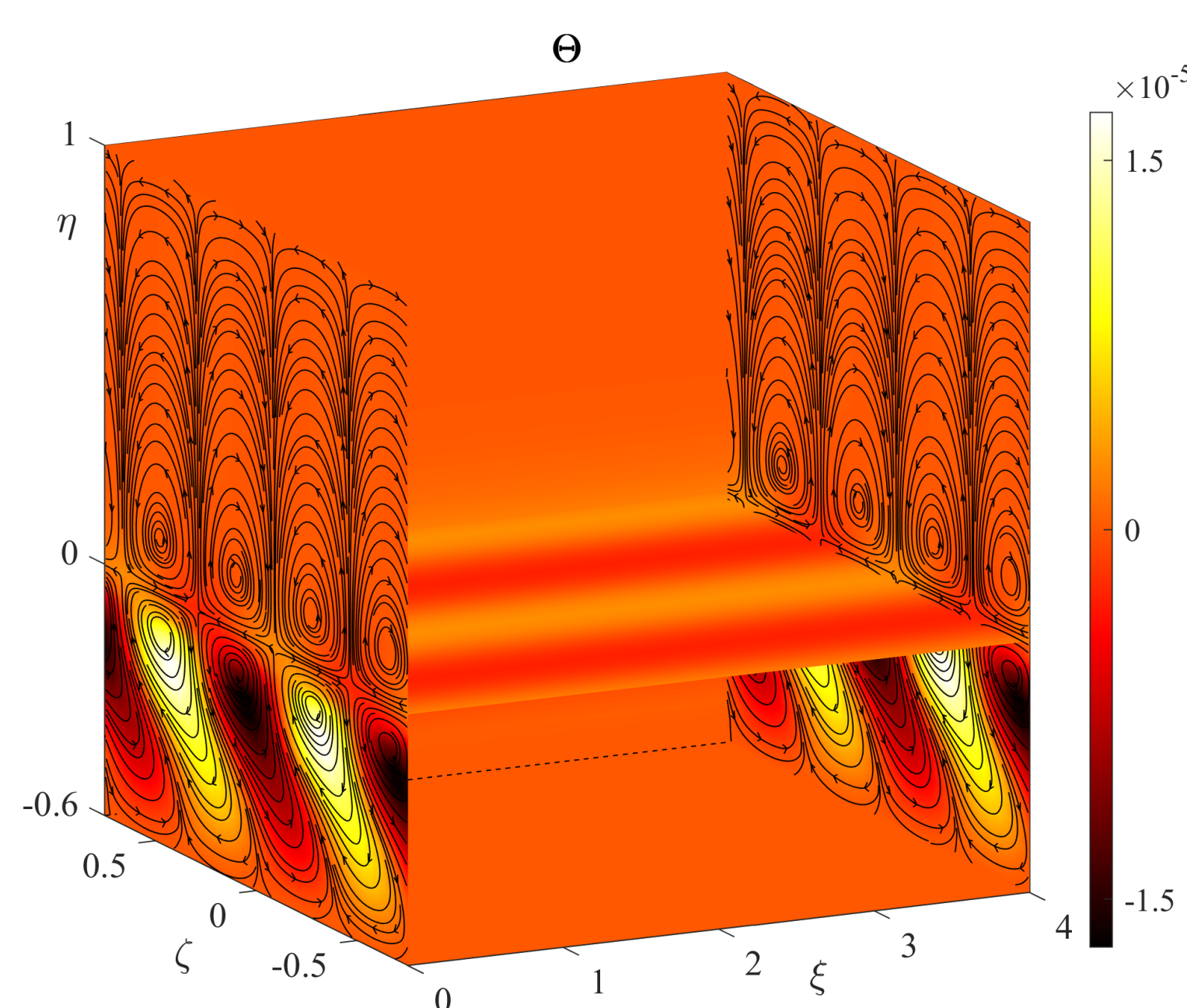
Типичные формы характеристических возмущений

Поля возмущений скорости и температуры и форма межфазной границы

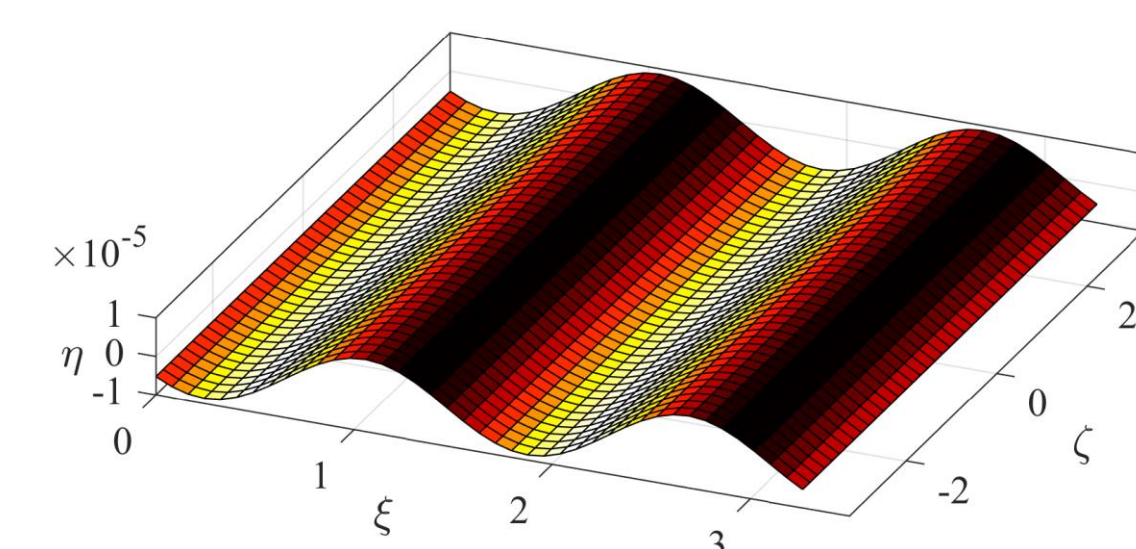
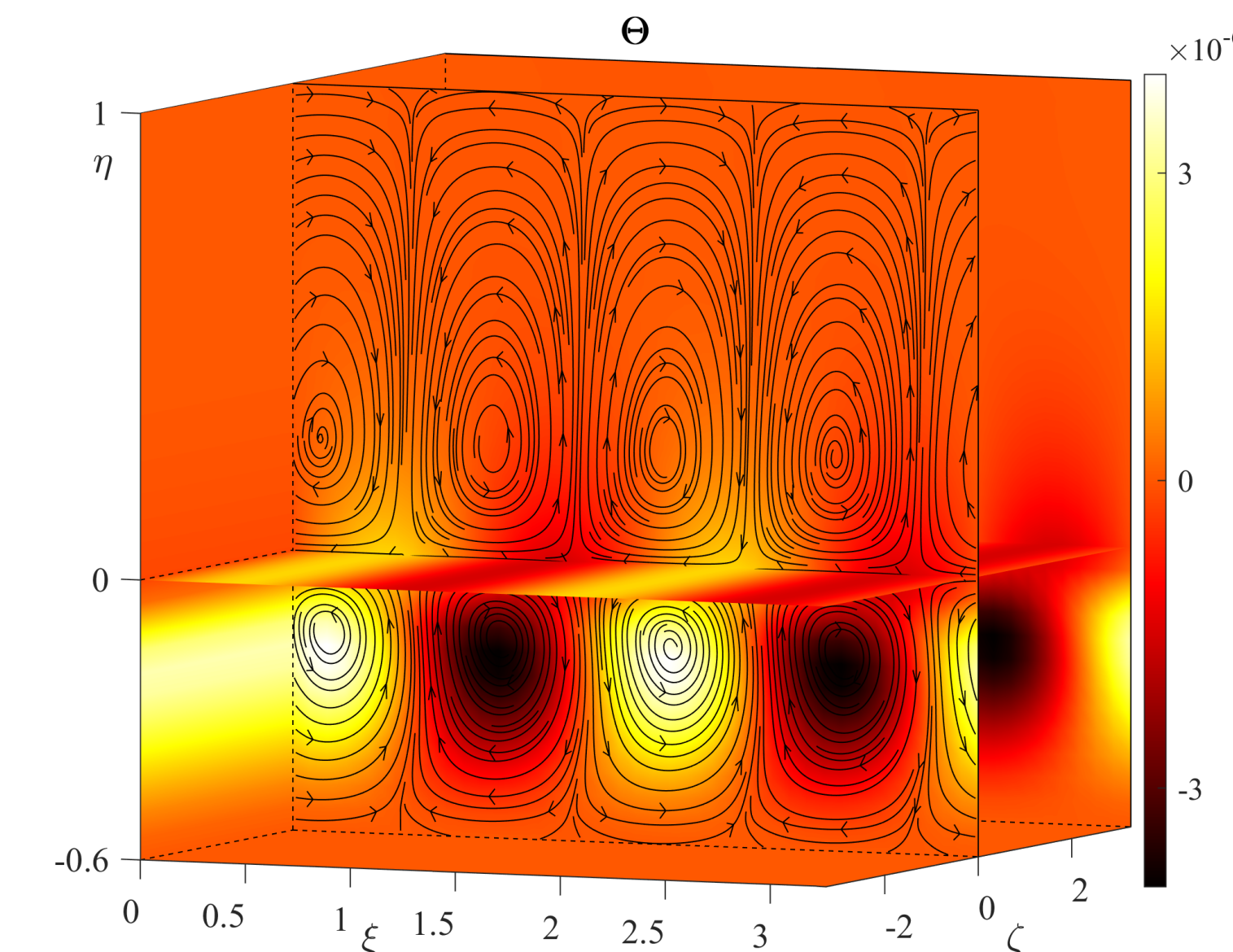
«Косые» волны



Продольные структуры



Поперечные валы, дрейфующие вдоль потока



В зависимости от значений параметров задачи в системе возможно сосуществование конвективного и термокапиллярного механизмов неустойчивости, а также формирование режимов, при которых основным является только один из указанных механизмов. При потере устойчивости в системе могут возникать сложные ячеистые движения различной симметрии. Для большинства конфигураций наиболее опасными являются пространственные возмущения. В системе с деформируемой границей раздела жидкость-газ возможна реализация устойчивых режимов.

Выводы:

1. На основе точного решения уравнений конвекции проведено численное исследование устойчивости однонаправленных двухслойных течений с испарением/конденсацией на границе раздела относительно трёхмерных малых нестационарных возмущений.
2. Определены критические тепловые нагрузки, вызывающие потерю устойчивости основного течения.
3. При потере устойчивости в системе наблюдается поперечно-валиковая неустойчивость, которая сопровождается формированием пространственных структур с различной симметрией.
4. Предсказываемые на основе точного решения формы неустойчивости в двухслойной системе подтверждены теплофизическими экспериментами.